


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
Информационных технологий и  
математических методов в экономике  
 проф. Давнис В.В.  
23.04.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.08 МАТЕМАТИКА**

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
38.03.03 Управление персоналом
- 2. Профиль подготовки:** управление персоналом организации
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра информационных технологий и математических методов в экономике
- 6. Составители программы:** Шишкина Лариса Александровна, к.э.н., доцент
- 7. Рекомендована:** НМС экономического факультета ВГУ протокол № 4 от 16.04.2020.
- 8. Учебный год:** 2020-2021, 2021-2022    **Семестр(-ы):** 1, 2, 3.

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

**Целью** изучения дисциплины является формирование у обучающихся устойчивых знаний, умений и навыков по применению математических моделей и методов линейной алгебры и математического программирования в экономике; формирование устойчивых знаний и навыков по применению аппарата математического анализа к решению теоретических и практических задач, исследованию прикладных вопросов экономики, вероятностного моделирования в экономике, обработке результатов наблюдений методами математической статистики, проверки правдоподобия статистических гипотез.

**Задачами** изучения дисциплины являются: усвоение обучающимися теоретических и методических основ моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры и математического программирования; ознакомление с вычислительными алгоритмами решения задач линейной алгебры и математического программирования; применение методов линейной алгебры и математического программирования для решения экономических задач; овладение современными приемами математического моделирования с использованием универсальных программных средств; приобретение обучающимися практических навыков при решении задач моделирования; формирование представления об исследовании экономических систем методами математического моделирования; овладение обучающимися теоретическими и методическими основами математического моделирования экономических процессов и формирование навыков использования методов математического анализа для решения конкретных задач; изучение основных законов теорем и формул математического анализа и дифференциальных уравнений; освоение основных методов решения задач дифференциального исчисления функции одной и нескольких переменных; применение дифференциального исчисления к исследованию функций; освоение основных методов решения задач определения экстремума функции одной и нескольких переменных, задач условного экстремума; освоение основных методов решения задач интегрального исчисления; применение методов математического анализа для определения сходимости числовых и степенных рядов; освоение основных методов решения дифференциальных уравнений; приобретение обучающимися навыков использования математических методов и основ моделирования экономических процессов; усвоение обучающимися теоретических и методических основ вероятностного моделирования экономических задач, статистической обработки результатов наблюдения, проверки правдоподобия статистических гипотез; изучение основных теорем, формул и законов теории вероятностей; освоение статистических методов обработки данных наблюдений; изучение основных статистических критериев проверки правдоподобия гипотез; применение методов теории вероятностей и математической статистики для вероятностного моделирования экономических задач; приобретение обучающимися практических навыков по вероятностному моделированию и статистической обработке данных с использованием компьютеров;

формирование представлений об исследовании экономических систем методами вероятностного моделирования

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс математика - базовый курс математического естественнонаучного цикла. Программа курса строится на предпосылке, что студенты владеют базовыми знаниями по математике. Курс создает предпосылки для глубокого освоения разделов математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, решения типовых математических задач, используемых при принятии управленческих решений.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные понятия и методы математического анализа;</li> <li>– основы математического анализа, необходимые для решения финансовых и экономических задач;</li> <li>– основные понятия и теоремы теории матриц и определителей;</li> <li>– методы решения систем линейных уравнений;</li> <li>– элементы теории линейных пространств и линейных операторов;</li> <li>– основы линейной алгебры, необходимые для решения финансовых и экономических задач;</li> <li>– основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения финансовых и экономических задач.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений;</li> <li>– доказывать основные теоремы математического анализа;</li> <li>– проводить исследование функций, вычислять пределы, находить производные и интегралы;</li> <li>– находить экстремум функции нескольких переменных;</li> <li>– решать различные задачи, относящиеся к курсу математический анализ;</li> <li>– применять методы математического анализа к решению различных экономических задач;</li> <li>– выполнять арифметические действия над матрицами, находить обратные матрицы;</li> </ul>

		<p>вычислять определители;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать системы линейных уравнений;</li> <li>– применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач;</li> <li>– применять теоретико-вероятностные и статистические методы для решения экономических задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>– методами теории вероятности и математической статистики;</li> <li>– математическими и статистическими методами решения типовых организационно-управленческих задач.</li> </ul>
ОПК-6	<p>владение культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическому анализу информации, постановке цели, выбору путей ее достижения;</p> <p>способностью отстаивать свою точку зрения, не разрушая отношения</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– представление о роли и месте математического анализа в современном мире экономики и в системе наук;</li> <li>– представление о возможностях использования математических знаний в работе;</li> <li>– современные программные продукты, необходимые для решения экономико-статистических задач.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>– анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;</li> <li>– применять вероятностно-статистические методы для решения экономических задач;</li> <li>– формулировать выводы математических решений в экономических понятиях и терминах.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками самостоятельной исследовательской работы.</li> </ul>

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины:

**12.1 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 12/432**

**Форма промежуточной аттестации: зачет, зачет, экзамен**

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	По семестрам		
		1	2	3
Аудиторные занятия	172	50	54	68
в том числе:				
лекции	68	16	18	34
Практические	104	34	36	34
Лабораторные				
Самостоятельная работа	224	58	90	76
Форма промежуточной аттестации	36	Зачет	зачет	экзамен 36
Итого:	432	108	144	180

### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>Математический анализ (1 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение. Элементы теории множеств	Предмет математического анализа. Необходимость и особенности применения методов математического анализа в экономике. Понятие множества. Операции над множествами. Ограниченные и неограниченные множества. Иллюстрация операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Примеры использования теории множеств для решения прикладных задач.
1.2	Последовательности, предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Монотонные последовательности. Число $e$ . Теорема о вложенных отрезках. Вычисления предела последовательности.
1.3	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Понятие сложной и обратной функций. Неявная функция. Классификация функций. Применение функций в экономике (производственная функция, функция полезности, функция спроса и предложения). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Определения предела функции в точке и на бесконечности, определение односторонних пределов. Основные свойства пределов функции. Первый и второй

		замечательные пределы. Примеры экономических приложений. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.
1.4	Непрерывность функции	Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Непрерывность сложной и обратной функции.
1.5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной. Геометрический и экономический смысл производной. Односторонние производные. Использование понятия производной в экономической теории. Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность функции. Понятия дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Дифференцирование сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Дифференцирование обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
1.6	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Теорема Ролля, Лагранжа, Коши. Геометрическая и экономическая интерпретация теорем. Признаки монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Примеры решения экономических задач на определение экстремума. Понятие выпуклости функции. Достаточные условия выпуклости. Понятие точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Асимптоты графика функций. Теорема Лопиталя. Общая схема исследования функции. Исследование функций в экономике. Определение интервалов монотонности, экстремумов, точек перегиба и асимптот графика функции. Построение графиков функций.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Элементы теории множеств	Понятие множества. Решение задач, иллюстрирующих операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Использование теории множеств для решения прикладных задач.
2.2	Векторы и матрицы	Решение задач с использованием операций над матрицами: сложение матриц, умножение матриц. Вычисление определителей матриц различных порядков. Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матриц.
2.3	Системы линейных уравнений	Решение систем $n$ линейных уравнений с $n$ переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Гаусса. Правило Крамера. Решение систем $m$ уравнений с $n$ переменными методом Жордана-Гаусса. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Решение систем линейных однородных

		уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.
2.4	Линейные и евклидовы пространства	Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидова пространства.
2.5	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Вычисление предела последовательности.
2.6	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей. Неопределенности $\frac{0}{0}$ , $\frac{\infty}{\infty}$ , $\infty - \infty$ , $0 \cdot \infty$ Первый и второй замечательные пределы.
2.7	Непрерывность функции	Исследование непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Нахождение точек разрыва функции, классификация точек разрыва.
2.8	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Вычисление производной. Геометрический и экономический смысл производной. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Вычисление производной сложной функции. Прием логарифмического дифференцирования. Вычисление дифференциалов различных функций. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
2.9	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Исследование функций: нахождение асимптот графика функций, проверка необходимого условия экстремума, нахождение стационарных точек, проверка достаточных условий экстремума, нахождение интервалов выпуклости функции и точек перегиба. Построение графиков функций с помощью проведенного исследования.
<b>Математический анализ (2 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Неопределенный интеграл	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов берущиеся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций. Понятие о не берущихся интегралах.

1.2	Определенный интеграл	Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл, геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Приближенные методы интегрирования. Использование понятия определенного интеграла в экономике.
1.3	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
1.4	Векторные пространства. Функции многих переменных	<p>Понятие координатного пространства. Понятие метрического, линейного, нормированного, евклидова пространства. Примеры экономических пространств. Замкнутые открытые, компактные множества в метрических пространствах. Точечные множества в <math>n</math>-мерном пространстве. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций.</p> <p>Понятие сложной функции. Непрерывность сложной функции. Частные и полные приращения функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Дифференцируемость функций. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Дифференцируемость и непрерывность. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Метод множителей Лагранжа. Понятие о методе наименьших квадратов. Примеры решения экономических задач.</p>
1.5	Числовые и функциональные ряды	<p>Числовые ряды. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши).</p> <p>Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена). Применение рядов в приближенных вычислениях.</p>
1.6	Дифференциальные уравнения	<p>Экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения (однородные,</p>



		неоднородные, с постоянными коэффициентами). Дифференциальные уравнения второго порядка. Приложения дифференциальных уравнений в экономике.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Неопределенный интеграл	Вычисление неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций.
2.2	Определенный интеграл	Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл, геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Приближенные методы интегрирования. Использование понятия определенного интеграла в экономике.
2.3	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
2.4	Векторные пространства. Функции многих переменных	Понятие координатного пространства. Понятие метрического, линейного, нормированного, евклидова пространства. Примеры экономических пространств. Замкнутые открытые, компактные множества в метрических пространствах. Точечные множества в $n$ -мерном пространстве. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции. Непрерывность сложной функции. Частные и полные приращения функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Дифференцируемость функций. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Дифференцируемость и непрерывность. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Метод множителей Лагранжа. Примеры решения экономических задач.
2.5	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами.

		Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена). Применение рядов в приближенных вычислениях.
2.6	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши. Линейные дифференциальные уравнения.
<b>Линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика (3 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение. Основные понятия линейной алгебры	Краткие исторические сведения о создании и развитии линейной алгебры, понятие математической модели.
1.2	Векторы и матрицы	Понятие матрицы. Примеры матриц в экономике. Понятие вектора – столбца и вектора- строки. Экономические примеры векторов. Операции над векторами. Операции над матрицами. Симметрические и ортогональные матрицы. Определитель матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Понятие минора. Алгебраическое дополнение. Нахождение обратной матрицы в виде произведения матриц. Ранг матриц. Примеры решения задач с использованием матриц.
1.3	Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Система $n$ линейных уравнений с $n$ переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Правило Крамера. Система $m$ уравнений с $n$ переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Линейные балансовые системы в экономике (на примере модели Леонтьева).
1.4	Линейные пространства	Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств $R^1, R^2, R^3, R^n$ . Понятие линейной зависимости элементов линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Теорема о связи базиса и размерности линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейная оболочка. Сумма, пересечение и прямая сумма двух подпространств.
1.5	Евклидовы пространства	Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Простейшие свойства евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства. Теорема о связи евклидова пространства с

		<p>нормированным. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Теорема о существовании в евклидовом пространстве ортонормированного базиса. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидова пространства. Разложение <math>n</math>-мерного евклидова пространства и его ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.</p>
1.6	Элементы аналитической геометрии	<p>Прямые линии на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой в <math>R^2</math>, <math>R^3</math>, <math>R^N</math>. Уравнение плоскости в <math>R^3</math> и гиперплоскости в <math>R^N</math>. Некоторые частные случаи уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей, расстояние от точки до прямой в <math>R^2</math> и от точки до плоскости в <math>R^3</math>, <math>R^N</math>. Угол, условия перпендикулярности и параллельности между двумя прямыми, двумя плоскостями, прямой и плоскостью. Линии и поверхности второго порядка. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение линий второго порядка. Преобразование коэффициентов линий второго порядка при переходе к новой системе координат. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, конус, и цилиндр второго порядка.</p>
1.7	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	<p>Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математической статистики. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.</p>
1.8	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	<p>Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о <math>\sigma</math>-алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.</p>

1.9	Случайные величины и их способы задания. Числовые характеристики случайных величин.	<p>Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.</p> <p>Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.</p>
1.10	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	<p>Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. Примеры использования законов распределения для моделирования экономических процессов.</p> <p>Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Содержательный смысл центральной предельной теоремы. Формулы выражающие центральную предельную теорему.</p>
1.11	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	<p>Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel.</p> <p>Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.</p>
1.12	Проверка статистических гипотез.	<p>Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения</p>

		вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Основные понятия теории вероятностей	Действия над событиями. Решение задач с использованием комбинаторных схем. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности
2.2	Основные теоремы теории вероятностей	Решение задач с использованием теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа.
2.3	Случайные величины и их способы задания. Числовые характеристики случайных величин	Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
2.4	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема	Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.
2.5	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок

		для выборочного среднего и выборочной дисперсии
2.6	Проверка статистических гипотез	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера).

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
<b>Математический анализ (1 семестр)</b>					
1	Введение. Элементы теории множеств	2	4	8	14
2	Последовательности, предел последовательности	2	4	10	16
3	Функции. Предел функции	4	8	10	22
4	Непрерывность функции	2	2	10	14
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	2	8	10	20
6	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	4	8	10	22
Итого:		16	34	58	108
<b>Математический анализ (2 семестр)</b>					
1	Неопределенный Интеграл	2	4	10	16
2	Определенный интеграл	2	4	10	16
3	Несобственные Интегралы	2	4	10	16
4	Векторные пространства. Функции многих переменных	8	16	20	44
5	Числовые и функциональные ряды	2	4	20	26
6	Дифференциальные уравнения	2	4	20	26
Итого:		18	36	90	144
<b>Линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика (3 семестр)</b>					
1	Введение. Основные понятия линейной алгебры	1			1
2	Векторы и матрицы	2	4	8	14
3	Системы линейных уравнений	4	4	8	16

4	Линейные пространства	1	1	2	4
5	Евклидовы пространства	1		2	3
6	Элементы аналитической геометрии	1	1	4	6
7	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	4	4	8	16
8	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	4	4	8	16
9	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	4	4	12	20
10	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	4	4	8	16
11	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	4	4	8	16
12	Проверка статистических гипотез.	4	4	8	16
Экзамен					36
Итого:		34	34	76	180

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Это позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины. Практические занятия позволяют развивать у обучающихся творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать

практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

Самостоятельная работа обучающегося является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа обучающегося над усвоением учебного материала по учебной дисциплине может выполняться в библиотеке университета, учебных кабинетах, компьютерных классах, а также в домашних условиях. Содержание самостоятельной работы обучающегося определяется учебной программой дисциплины, методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.



Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Для обеспечения самостоятельной работы на кафедре Информационных технологий и математических методов в экономике разработаны методические указания к самостоятельной работе обучающихся.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/450038">https://urait.ru/bcode/450038</a>
2	Шипачев, В. С. Высшая математика: учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 447 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12319-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/449732">https://urait.ru/bcode/449732</a>
3	Малугин В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач: для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 478 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/413355">https://urait.ru/bcode/413355</a>
4	Балдин К. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — 3-е изд., стер. — Москва: Дашков и К°, 2020. — 472 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173</a> — Библиогр.: с. 433-434. — ISBN 978-5-394-03595-1..
5	Высшая математика для экономистов: учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва: Юнити, 2015. — 482 с. граф. — (Золотой фонд российских учебников). — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541</a> — ISBN 978-5-238-00991-9.
6	Кундышева Е.С. Математика : учебник / Е.С. Кундышева. — 4-е изд. — Москва: Дашков и К°, 2015. — 562 с. : табл., граф., схем., ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=452840">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=452840</a> . — Библиогр.: с. 552-553. — ISBN 978-5-394-02261-6.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Наука, 2005. — 352 с.
1	Основы математического анализа : учебное пособие / В.В. Давнис О.С. Воищева,

	С.С. Щекунских и др; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. .-ISBN- 978-5-9273-2526-9.
2	Красс, М. С. Математика в экономике. Базовый курс : учебник для бакалавров / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 470 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3137-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/426158">https://urait.ru/bcode/426158</a>
3	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник – М.: Изд. «Дело», 2001. – 688с.
4	Красс М.С. Математика для экономистов/М.С. Красс, Б.П.Чупрынов. - Санкт-Петербург[и др.]: Питер, 2010. – 464 с. : ил., табл. – (Учебное пособие). – Библиогр.: с.461.-Предм.указ.: с.462-464.- М.: ИНФРА-М, 2008. – 463 с. ISBN 978-5-94723-672
5	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/436490">https://urait.ru/bcode/436490</a>
6	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 239 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05822-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/410434">https://urait.ru/bcode/410434</a>
7	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 418 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05823-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/452114">https://urait.ru/bcode/452114</a>
8	Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 212 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-04282-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/437924">https://urait.ru/bcode/437924</a>
9	Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 334 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/406922">https://urait.ru/bcode/406922</a>
10	Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573547">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573547</a> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8353-2359-3.
11	Сахарова, Л. В. Математика : учебник : / Л. В. Сахарова ; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). – Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2017. – 116 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567421">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567421</a> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7972-2361-0.
12	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика:[учебник для

	студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер – Москва: ЮНИТИ, 2010 – 550 с.- ISBN 978-5- 238-01270-4.
13	<a href="#">Гмурман В. Е.</a> Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман .— Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005 .— 478, [1] с. : ил., табл. — Предм. указ.: с.474-479 .— ISBN 5-06-004214-6.
14	<a href="#">Гмурман В. Е.</a> Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман .— Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005 .— 403, [1] с. : ил., табл. — ISBN 5-06-004212-X.
15	<a href="#">Красс М. С.</a> Математика для экономического бакалавриата : учебник для студ., обуч. по направлению "Экономика" и экон. специальностям / М. С. Красс, Б.П. Чупрынов ; Акад. нар. хоз-ва при Правительстве Рос. Федерации .— М. : Дело, 2005 .— 574, [1] с. : ил., табл. — Библиогр.: с.568 .— Предм. указ.: с.569-575 .— ISBN 5-7749-0404-0.
16	<a href="#">Шипачев В. С.</a> . Курс высшей математики : учебник / В.С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Проспект : Велби, 2004 .— 560 с. : ил. — ISBN 5-98032-337-6 (в пер.).
17	<a href="#">Шипачев В. С.</a> Задачник по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / В.С. Шипачев .— 3-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2003 .— 303, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003575-1.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	Зональная научная библиотека ВГУ <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a>
2	ЭБС Лань, <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
3	ЭБС Университетская библиотека online <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС ЮРАЙТ <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
5	Электронный университет ВГУ» LMS Moodle, <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Основы математического анализа: учебное пособие /В.В. Давнис О.С. Воищева, С.С. Щекунских и др; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. .-ISBN- 978-5-9273-2526-9.
2	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "математика" (математический анализ). Для студентов 1 курса экономического факультета по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Воронежский государственный университет", Экономический факультет. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2015. – 74 с.
3	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "математика" (линейная алгебра и теория вероятностей и математическая статистика): Для студентов 2 курса экономического факультета по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Воронежский

	государственный университет", Экономический факультет. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2015. – 100 с.
4	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Режим доступа: для зарегистрированных читателей ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-280.pdf">URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-280.pdf</a>

**17. Программа дисциплины реализуется с применением дистанционных образовательных технологий. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):**

Для организации занятий требуется:

- персональный компьютер и видеопроекторное оборудование;
- программное обеспечение общего назначения Microsoft Office;
- специализированное программное обеспечение при изучении дисциплины не используется.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

г. Воронеж, ул. Хользунова, 42в, учебный корпус №5а

Специализированная мебель, проектор NEC PA500U, экран для проектора настенный Projecta Compact Electrol 113, компьютер XS35GS V3L, цифровая аудио платформа Symetrix Jupiter 4, телевизоры Samsung 50" (2 шт.), комплект активных громкоговорителей Apart SDQ5P, микрофон проводной; проектор Acer X1240, Экран Projecta Compact Electrol, WHDMI-приемник, переносной ноутбук HP.

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию	<b>Знать:</b> – основные понятия и методы математического анализа; – основы математического анализа, необходимые для решения финансовых и экономических задач; – основные понятия и	Элементы теории множеств. Векторы и матрицы Системы линейных уравнений. Евклидовы пространства. Последовательности. Предел последовательности. Функции. Предел функции. Непрерывность функции. Дифференциальное	Контрольные вопросы или тестовые задания

	<p>теоремы теории матриц и определителей;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методы решения систем линейных уравнений;</li> <li>– элементы теории линейных пространств и линейных операторов;</li> <li>– основы линейной алгебры, необходимые для решения финансовых и экономических задач;</li> <li>– основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения финансовых и экономических задач.</li> </ul>	<p>исчисление функции одной переменной. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Функции многих переменных. Числовые и функциональные ряды. Дифференциальные уравнения. Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей. Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.</p>	
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений;</li> <li>– доказывать основные теоремы математического анализа;</li> <li>– проводить исследование функций, вычислять пределы, находить производные и интегралы;</li> <li>– находить экстремум функции нескольких переменных;</li> <li>– решать различные задачи, относящиеся к курсу математический</li> </ul>	<p>Решение задач, иллюстрирующих операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Решение задач с использованием операций над матрицами: сложение матриц, умножение матриц. Вычисление определителей матриц различных порядков. Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матриц. Решение систем <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера. Решение систем <math>m</math> уравнений с <math>n</math></p>	<p>Практические задания и контрольные работы</p>

	<p>анализ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять методы математического анализа к решению различных экономических задач;</li> <li>– выполнять арифметические действия над матрицами, находить обратные матрицы; вычислять определители;</li> <li>– решать системы линейных уравнений;</li> <li>– применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач;</li> <li>– применять теоретико-вероятностные и статистические методы для решения экономических задач.</li> </ul>	<p>переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Решение систем линейных однородных уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы. Понятие функции. Нахождение области определения и области значения функций. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.</p> <p>Неопределенности <math>\frac{0}{0}</math>, <math>\frac{\infty}{\infty}</math>, <math>\infty - \infty</math>, <math>0 \cdot \infty</math>. Первый и второй замечательные пределы. Исследование непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Нахождение точек разрыва функции, классификация точек разрыва. Вычисление производной. Геометрический и экономический смысл производной. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Вычисление производной сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Вычисление</p>	
--	--	--	--

		<p>дифференциалов различных функций. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.</p> <p>Исследование функций: нахождение асимптот графика функций, проверка необходимого условия экстремума, нахождение стационарных точек, проверка достаточных условий экстремума, нахождение интервалов выпуклости функции и точек перегиба. Построение графиков функций с помощью проведенного исследования. Вычисление неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов берущиеся по частям.</p> <p>Интегрирование тригонометрических функций.</p> <p>Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.</p> <p>Интегрирование простейших иррациональных функций. Вычисление определенных интегралов с использованием формулы Ньютона - Лейбница.</p> <p>Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования и несобственных интегралов от неограниченных</p>	
--	--	---	--

		<p>функций. Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка функции многих переменных. Вычисление производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной функции. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Нахождение локального экстремума функции многих переменных. Нахождение условного экстремума функции многих переменных с использованием метода множителей Лагранжа. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности. Решение задач с использованием теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса. Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа. Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины.</p>	
--	--	--	--



		<p> Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel. Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. </p> <p> Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения — </p>	
--	--	--	--

		<p>эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок для выборочного среднего и выборочной дисперсии.</p>	
	<p><b>Владеть:</b>          – навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;          – методами теории вероятности и математической статистики; математическими и статистическими методами решения типовых организационно-управленческих задач.</p>	<p>Использование теории множеств для решения прикладных задач. Использование методов линейной алгебры для решения экономических задач.          Использование функций многих переменных в экономической теории. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.</p>	<p>Практические задания и контрольные работы</p>
<p>ОПК-6          владение культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическом у анализу информации, постановке цели выбору путей ее</p>	<p><b>Знать:</b>          – представление о роли и месте математического анализа в современном мире экономики и в системе наук;          – представление о возможностях использования математических знаний в работе;          – современные программные продукты,</p>	<p>Различные методы решения задач по математическому анализу; приемы и методы самостоятельной работы. Основы матричного исчисления, применяемого в исследовании экономических процессов.</p>	<p>Контрольные вопросы или тестовые задания</p>

достижения; способностью отстаивать свою точку зрения, не разрушая отношения	необходимые для решения экономико-статистических задач.		
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>– анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;</li> <li>– применять вероятностно-статистические методы для решения экономических задач;</li> <li>– формулировать выводы математических решений в экономических понятиях и терминах.</li> </ul>	<p>Уметь выбирать наиболее оптимальный метод решения математических задач, осуществлять практическую и познавательную деятельность в отсутствие прямого педагогического воздействия, планировать самостоятельную работу.</p> <p>Использование инструментов алгебры и начала анализа, основные методы решения математических задач; методы самостоятельной работы.</p>	Практические задания и контрольные работы
	<p><b>Владеть:</b></p> <p>навыками самостоятельной исследовательской работы.</p>	<p>Использование теории множеств для решения прикладных задач. Использование методов линейной алгебры для решения экономических задач. Использование функций многих переменных в экономической теории. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.</p>	Практические задания и контрольные работы

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используется 2-балльная шкала: «зачтено» и «не зачтено»

Оценка	Критерии
--------	----------

экзаменатора, уровень	
«Зачтено»	Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы
	Обучающийся показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.
	Обучающийся показал знание основных положений учебной дисциплины, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной
«Не зачтено»	При ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка, уровень достижения компетенций	Описание критериев
Отлично	Обучающийся показал полные и глубокие знания материала дисциплины, логично и аргументировано ответил на все вопросы экзаменационного билета, а также на дополнительные вопросы, способен самостоятельно решать сложные задачи дисциплины
Хорошо	Обучающийся твердо знает материал дисциплины, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе, достаточно полно ответил на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, способен самостоятельно

	решать стандартные задачи дисциплины
Удовлетворительно	Обучающийся показал знание только основ материала дисциплины, усвоил его поверхностно, но не допускал грубых ошибок или неточностей, требует наводящих вопросов для правильного ответа, не ответил на дополнительные вопросы, способен решать стандартные задачи дисциплины с помощью преподавателя
Неудовлетворительно	Обучающийся не знает основ материала, допускает грубые ошибки в ответе, не способен решать стандартные задачи дисциплины даже с помощью преподавателя

**19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к зачету, экзамену:**

**Перечень вопросов к зачету (1 семестр)  
Математический анализ**

№	Текст вопроса
1	Множества. Операции над множествами.
2	Ограниченность множества. Точная верхняя и нижняя грани множества. Свойство точных граней.
3	Теорема о существовании точных граней.
4	Открытые, замкнутые множества. Компактность множества. Отображение.
5	Последовательности. Действия над ними.
6	Ограниченные и неограниченные последовательности.
7	Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Связь между ними.
8	Свойства бесконечно малых последовательностей.
9	Сходящиеся последовательности.
10	Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
11	Алгебраическая сумма, произведение, частное сходящихся последовательностей.
12	Предельный переход в неравенствах.
13	Теорема о трех последовательностях.
14	Монотонные последовательности.
15	Число $e$ .
16	Теорема о вложенных промежутках.
17	Понятие функции. Способы задания. Классификация функций.
18	Предел функции в точке. Правый, левый пределы функции

	(по Гейне и по Коши).
19	Предел функции на бесконечности (по Гейне и по Коши).
20	Теоремы о пределах функции.
21	Первый замечательный предел.
22	Второй замечательный предел.
23	Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
24	Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций.
25	Непрерывность функции.
26	Точки разрыва функции (первого рода, второго рода, устранимый разрыв).
27	Теорема об арифметических свойствах непрерывных функций.
28	Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
29	Первая теорема Больцано-Коши.
30	Вторая теорема Больцано-Коши.
31	Точная верхняя и точная нижняя грани функции.
32	Первая теорема Вейерштрасса.
33	Вторая теорема Вейерштрасса.
34	Непрерывность сложной функции.
35	Непрерывность обратной функции.
36	Понятие производной. Геометрический смысл.
37	Понятие дифференцируемости функции.
38	Теорема о связи дифференцируемости функции и существованием производной.
39	Связь непрерывности и дифференцируемости.
40	Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
41	Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного двух функций.
42	Производные функций $y = x^n, n \in N, y = \cos x, y = \sin x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x,$ $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1.$
43	Теорема о производной обратной функции.
44	Производные функций $y = a^x, a > 0, a \neq 1,$ $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x.$
45	Дифференцирование сложной функции.
46	Прием логарифмического дифференцирования. Производная функции $y = x^\alpha, \alpha \in R.$
47	Производные высших порядков.
48	Дифференциалы высших порядков.
49	Возрастание и убывание функции в точке (определение и теорема).
50	Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума..
51	Теорема Ролля.
52	Теорема Лагранжа.
53	Теорема Коши.
54	Условия монотонности функции на интервале.
55	Формула Тейлора.
56	Формула Маклорена.

57	Первое достаточное условие экстремума.
58	Второе достаточное условие экстремума.
59	Экстремум функции не дифференцируемой в данной точке.
60	Направление выпуклости и точки перегиба графика функции
61	Необходимое условие точки перегиба.
62	Достаточное условие точки перегиба.
63	Асимптоты графика функции (вертикальная, горизонтальная, наклонная)
64	Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$ , $\frac{\infty}{\infty}$ .

### Перечень вопросов к зачету (2 семестр)

№	Текст вопроса
1	Понятие первообразной. Основные свойства.(лемма, теорема).
2	Понятие неопределенного интеграла.
3	Метод замены переменной.
4	Метод интегрирования по частям.
5	Основные типы интегралов берущихся по частям.
6	Теорема о представлении рациональной функции в виде суммы элементарных дробей с неопределенными коэффициентами.
7	Метод неопределенных коэффициентов.
8	Основные типы интегралов от рациональных функций.
9	Понятие интегральной суммы. Геометрический смысл
10	Понятие определенного интеграла.
11	Основные свойства определенного интеграла.
12	Интеграл с переменным верхним пределом.
13	Формула Ньютона-Лейбница.
14	Замена переменных в определенном интеграле.
15	Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
16	Приближенное вычисление определенного интеграла Приближенное вычисление определенного интеграла
17	Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
18	Несобственные интегралы от неограниченных функций.
19	Метрические, линейные, нормированные, евклидовы пространства.
20	Понятие функции $n$ переменных. Предел функции $n$ переменных.
21	Непрерывность функции $n$ переменных.
22	Непрерывность сложной функции.
23	Частные производные функции $n$ переменных.
24	Дифференцируемость функции $n$ переменных.
25	Дифференциал функция $n$ переменных.
26	Дифференцирование сложной функции.
27	Производная по направлению. Градиент.
28	Частные производные высших порядков функции $n$ переменных.
29	Дифференциал второго порядка функции $n$ переменных.
30	Квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
31	Локальный экстремум функции $n$ переменных. Необходимое условие локального экстремума.

32	Достаточные условия локального экстремума функции $n$ переменных.
33	Неявные функции.
34	Условный экстремум.
35	Метод множителей Лагранжа.
36	Определение числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
37	Свойства сходящихся числовых рядов.
38	Необходимое условие сходимости числового ряда. Сходимость гармонического ряда.
39	Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
40	Признак сравнения.
41	Признак Даламбера.
42	Интегральный признак Коши.
43	Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница.
44	Знакопеременные ряды, их сходимость.
45	Степенные ряды.
46	Теорема Абеля.
47	Теорема об интервале сходимости степенного ряда.
48	Теорема об интервале сходимости степенного ряда.
49	Теорема о радиусе сходимости степенного ряда.
50	Определение дифференциального уравнения первого порядка. Решение уравнения. Задача Коши. Общее и частное решение уравнения.
51	Уравнения с разделяющимися переменными.
52	Линейные уравнения.
53	Уравнения в полных дифференциалах.
54	Дифференциальные уравнения второго порядка (основные понятия, уравнения допускающие понижения порядка).
55	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка (основные понятия, линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка, линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка).
56	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами).

### Перечень вопросов к экзамену (3 семестр)

#### Часть 1. Линейная алгебра.

№	Текст вопроса
1	Понятие $n$ -мерного вектора, основные определения.
2	Операции над векторами, основные свойства операций.
3	Линейная зависимость системы векторов.
4	Лемма о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
5	Лемма о линейной зависимости диагональной системы векторов.
6	Базис и ранг системы векторов.
7	Матрицы. Основные понятия и определения.
8	Операции над матрицами. Свойства операций.



9	Определитель матрицы, свойства определителя.
10	Вычисления определителей 2-го, 3-го и высшего порядков.
11	Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании и нахождении обратной матрицы.
12	Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью преобразований Гаусса.
13	СЛАУ. Матрично-векторная запись СЛАУ. Понятие решения СЛАУ. Классификация СЛАУ по наличию решений.
14	Критерий совместимости СЛАУ (теорема Кронекера-Капели).
15	Методы решения СЛАУ квадратного вида ( $n \times n$ ): Метод Крамера; Метод обратной матрицы; Метод Гаусса.
16	Решение СЛАУ прямоугольного вида ( $m \times n$ ). Общее решение, частное решение, базисное решение, опорное решение.
17	Однородная система уравнений. Теорема о существовании нетривиального решения (случай, когда система $n \times n$ ).
18	Необходимое и достаточное условие существования нетривиального решения системы $n \times m$ .
19	Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.
20	Общее решение системы уравнений в векторной форме.
21	Собственное значение и собственный вектор матрицы.
22	Свойства собственных векторов матрицы.
23	Ортогональная и ортонормированная системы векторов.
24	Ортогонализация системы векторов.
25	Собственные векторы симметрической матрицы. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
26	Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
27	Ортогональные матрицы. Построение ортогональной матрицы.
28	Понятие квадратной формы. Стандартный и канонический виды квадратной формы.
29	Приведение квадратной формы к каноническому виду.

## Часть 2. Теория вероятностей и математическая статистика.

№	Текст вопроса
1	Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
2	Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
3	Классическое определение вероятности.
4	Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
5	Статистическая вероятность.
6	Геометрическая вероятность.
7	Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
8	Понятие об алгебре событий.
9	Аксиомы Колмогорова.
10	Понятие вероятностного пространства.
11	Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
12	Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
13	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14	Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
15	Вероятность появления хотя бы одного события.
16	Формула полной вероятности.

17	Формула Байеса.
18	Формула Бернулли.
19	Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
20	Формула Пуассона.
21	Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач.
22	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
23	Ряд распределения дискретной случайной величины.
24	Функция распределения случайной величины и ее свойства.
25	Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
26	Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
27	Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
28	Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
29	Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
30	Начальные и центральные моменты случайных величин.
31	Биномиальный закон распределения.
32	Гипергеометрическое распределение.
33	Закон Пуассона.
34	Равномерный закон.
35	Нормальный закон.
36	Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал.
37	Правило «трех сигм».
38	Показательное распределение.
39	Понятие закона больших чисел.
40	Неравенство Чебышева.
41	Теорема Чебышева.
42	Понятие центральной предельной теоремы.
43	Понятие о теореме Ляпунова.
44	Закон распределения монотонной функции одного случайного аргумента.
45	Закон распределения функции двух случайных величин.
46	Понятие Марковского процесса.
47	Понятие цепи Маркова.
48	Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
49	Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
50	Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
51	Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
52	Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
53	Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
55	Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
55	Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
56	Критерии проверки статистических гипотез.

### 19.3.2 Перечень практических заданий:

## 1 семестр

- 1) Определите следующие множества:
- пересечение четных и нечетных чисел;
  - пересечение множеств целых и четных чисел;
  - объединение множеств четных и нечетных чисел;
  - разность множеств целых и четных чисел.
- 2) Даны три множества:  $A = [-2; 8]$ ;  $B = (-4; 11)$ ;  $C = [0; 9)$ .
- Найдите следующие множества:  $A \cap B \cap C$ ;  $(A \cup B) \cap C'$ ;  $A \cup B \cup C$ ;  
 $(A' \cap B) \cup C$ .
- 3) Проверить графически справедливость равенства:  
 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
- 4) Проверить графически справедливость следующих равенств:

- $A \cup B = B \cup A$ ;
- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ;
- $A \cap B = B \cap A$ ;
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ;
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ;
- $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ;
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ;
- $(A \cap B) \setminus B = A \setminus B$ ;
- $A \cap (B \cup C) = A \setminus (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ;
- $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
- $A \cap B \cap C = A \setminus (A \setminus (B \cap C))$ ;
- $(A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
- $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$ ;
- $(A \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$ ;
- $(B \setminus C) \cup (B \setminus A) = A \setminus C$ ;
- $A \setminus C = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ ;
- $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C) = (A \cap C) \setminus B$ ;
- $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ ;
- $(A \cap B')' \cup B = A' \cup B$ ;
- $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ ;
- $((A \cap D) \cup (B \cup D'))' = (A' \cap D) \cup (B' \cup D)$ ;
- $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus C) \cup (A \cup B)$ ;
- $(A \setminus B) \cup C = ((A \cup C) \setminus B) \cup (B \cap C)$ ;
- $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D) = (A \setminus (B \cup C)) \cup ((A \cap D) \setminus B)$ .

Свойства пределов. Раскрытие неопределенности  $\frac{0}{0}$ .

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x - \cos 2x).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3 + \sqrt[4]{2x^3}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{1}{2} x^3 - x + 2 \right).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}.$$

Неопределенности вида  $\frac{\infty}{\infty}$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3x^2 - 4x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2}{1 - x^2} + 2^{\frac{1}{x}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{3x^2 + 1}}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

Предел отношения  $\frac{\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

**Неопределенности вида  $\infty - \infty$  и  $0 \cdot \infty$**

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1}).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 9}).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{3x^2-4} - \frac{x^2}{3x+2} \right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} x.$$

**Второй замечательный предел**

Найти пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{5}{n} \right)^n.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{4}{n} \right)^{n+3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{(1-x)/x}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^n.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n+4}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-3}{n} \right)^{\frac{n}{2}}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+3) - \ln n).$$

Используя определение предела функции доказать, что:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5) = 11;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

Доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$ . Найти такое  $\delta$ , чтобы для  $|x - 2| < \delta$  выполнялось

$$|f(x) - 3| = |(2x - 1) - 3| < 0,01.$$

Сформулировать на “языке  $\varepsilon - \delta$ ” и на “языке последовательностей” определения:

1) бесконечно большой функции; 2) бесконечно малой функции:

а) при  $x \rightarrow +\infty$ ; б) при  $x \rightarrow -\infty$ ; в) при  $x \rightarrow \infty$ ; г) при  $x \rightarrow a^+$ ; д)  $x \rightarrow a^-$ .

Сравнить бесконечно малые в точке  $x = 0$  функции:

$$\alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = x;$$

$$\alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = \sin x;$$

$$\alpha(x) = 1 - \cos x \text{ и } \beta(x) = x.$$

Используя сравнение бесконечно малых функций найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x + x^3}$ .

Сравнить бесконечно большие функции:

$$\alpha(x) = \frac{1+x}{x} \text{ и } \beta(x) = \frac{1}{x} \text{ в точке } x = 0;$$

$$\alpha(x) = x^2 + x \text{ и } \beta(x) = 3x - 2 \text{ при } x \rightarrow \infty;$$

$$\alpha(x) = 3x^2 + 1 \text{ и } \beta(x) = x^2 - 5 \text{ при } x \rightarrow \infty;$$

### Понятие производной

1. Найти  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , если:

а)  $y = ax^2 + bx$ ;    б)  $y = ax^2$ ;    в)  $y = x + \frac{1}{x}$ .

2. Используя определение производной, найдите производные функций в точке  $x = x_0$ :

1.  $f(x) = 3x + 2$ ;

2.  $f(x) = 5x^2$ ;

3.  $f(x) = -3x^2 - 5x$ ;

4.  $f(x) = 2x^3$ ;

5.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;

6.  $f(x) = \frac{2}{x}$ ;

*Вычисление производных*

Найти по формулам производные от функций.

1.  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ .

2.  $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$ .

3.  $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt{x}$ .

4.  $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$ .

5.  $y = 4x^5 - 3\sin x + 5\operatorname{ctg} x$ .

6.  $y = 3\sqrt{x} + 4\cos x - 2\operatorname{tg} x + 3$ .

7.  $y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x$ .

8.  $y = x^2 \cos x$ .

9.  $y = x^2 \operatorname{ctg} x$ .

10.  $y = \frac{\cos x}{x^2}$ .

11.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ .

12.  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ ; вычислить  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(-1)$ .

13.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ ; вычислить  $f'(2) - f'(-2)$ .

### Производная сложной функции

Найти производные от функций:

1.  $y = \frac{1}{(1-x^2)^5}$ .

2.  $y = \sqrt{\cos 4x}$ .

3.  $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$ .

4.  $y = (\sin x)^4$ .

5.  $y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}$ .

6.  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ .

7.  $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} + \operatorname{tg} 2x$ .

8.  $y = \operatorname{tg} \sin \cos x$ .

### Производные логарифмических и показательных функций

Найти производные от функций:

1.  $y = \ln(x^2 + 2x)$ .

2.  $y = \ln \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x$ .

$$3. y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}).$$

$$4. y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}.$$

$$5. y = 2\sqrt{x} - 4\ln(2 + \sqrt{x}).$$

$$6. y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$7. y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1}).$$

$$8. y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x} + 1}}.$$

$$9. y = \ln(\operatorname{ctg} x + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}).$$

$$10. y = 5^{\sqrt[3]{\cos x \cdot \operatorname{tg}^2 3x}}.$$

$$11. y = \sqrt[5]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}.$$

$$12. y = \ln(x \cdot \sin x \sqrt{1-x^2}).$$

### Производные обратных тригонометрических функций

Найти производные от функций:

$$1. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$2. y = x - \operatorname{arctg} x.$$

$$3. y = \arcsin \sqrt{1-4x}.$$

$$4. y = \arccos(1-2x).$$

$$5. y = \operatorname{arcctg} \frac{1+x}{1-x}.$$

$$6. y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$7. y = \arcsin(e^{3x}).$$

$$8. y = \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$9. y = x(\cos \ln x + \sin \ln x). \quad 10. f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x}; \text{ найти } f'(5).$$

$$11. y = \ln \sin \operatorname{tg} e^{-\frac{x}{2}}.$$

$$12. y = \ln \cos \frac{x-1}{x}.$$

$$13. y = x \sin \left( \ln x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$14. y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$15. y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$16. y = -\frac{1}{2\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} x.$$

### Производные высших порядков

1. Найти производные второго порядка от функций:

$$1) y = \sin^2 x; \quad 2) y = \operatorname{tg} x; \quad 3) y = \sqrt{1+x^2};$$

$$4) y = e^{-x^2}; \quad 5) y = \operatorname{ctg} x; \quad 6) y = \arcsin \frac{x}{2};$$

2. Найти производные третьего порядка от функций:

$$1) y = \cos^2 x; \quad 2) y = \frac{1}{x^2}; \quad 3) y = x^2 \cdot \sin x;$$

$$4) y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}; \quad 5) y = x \cdot e^{-x}; \quad 6) y = e^x \cdot \cos x;$$



3. Найти производные  $n$ -го порядка от функций:

1)  $y = e^{-\frac{x}{a}}$ ;

2)  $y = \ln x$ ;

3)  $y = \sqrt{x}$ ;

4)  $y = x^n$ ;

5)  $y = \sin x$ ;

6)  $y = \cos^2 x$ ;

7)  $y = 2^{3x}$ ;

8)  $y = \frac{1}{1+2x}$ ;

9)  $y = \sin^2 x$ ;

**Дифференциал функции**

Найти дифференциалы функций:

1.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ ;

2.  $y = \sqrt{1+x^2}$ ;

3.  $y = \sin^3 2x$ ;

4.  $y = \ln(\sin \sqrt{x})$ ;

5.  $y = e^{-\frac{1}{\cos x}}$ ;

6.  $y = 2^{-x^2}$ ;

7.  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2+1}$ ;

8.  $y = x^2 \cdot \sin \sqrt{x}$ ;

**Исследовать функции и построить графики функций:**

1.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ ;

2.  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ ;

3.  $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ ;

4.  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$ ;

5.  $y = \frac{2x^3}{x^2-4}$ ;

6.  $y = (x+1)(x-2)^2$ ;

7.  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ ;

8.  $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$ .

**2 семестр**

Найти интегралы:

1.  $\int \left( x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$ .

2.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx$ .

3.  $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$ .

4.  $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} dx$ .

5.  $\int ctg^2 x dx$ .

6.  $\int \frac{3 - 2ctg^2 x}{\cos^2 x} dx$ .

7.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ .

8.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$ .

9.  $\int \left( \frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$ .

10.  $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx$ .

11.  $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$ ;

12.  $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$ .

$$13. \int \left( \frac{1}{x^2 - 25} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}} \right) dx.$$

$$15. \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

$$17. \int (2^x + e^x) dx.$$

$$19. \int e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$21. \int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx.$$

$$23. \int \frac{x - 2}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$25. \int \frac{3tg^2 x + 4}{\sin^2 x} dx.$$

$$27. \int \cos 3x dx.$$

$$29. \int e^{-3x} dx.$$

$$31. \int \left( e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}} \right) dx.$$

$$33. \int (3 - 2x)^4 dx.$$

$$35. \int \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 7} dx.$$

$$37. \int \frac{dx}{1 - 10x}.$$

$$39. \int ctg x dx.$$

$$41. \int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx.$$

$$43. \int \frac{dx}{\sqrt{25 - 4x^2}}.$$

$$45. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}.$$

$$47. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}.$$

$$49. \int x \ln(x - 1) dx.$$

$$14. \int \frac{(\sqrt{x} - 1)^3}{x} dx.$$

$$16. \int \frac{\sqrt{1 + x^2} - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx.$$

$$18. \int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx.$$

$$20. \int a^x \left( 1 + \frac{a^{-x}}{x^3} \right) dx.$$

$$22. \int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx.$$

$$24. \int \frac{(2\sqrt{x} + 1)^2}{x^2} dx.$$

$$26. \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$$

$$28. \int \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$30. \int \frac{dx}{\cos^2 5x}.$$

$$32. \int \sqrt{4x - 1} dx.$$

$$34. \int \sqrt[3]{5 - 6x} dx.$$

$$36. \int \frac{x}{x^2 + 1} dx.$$

$$38. \int \frac{e^{2x}}{1 - 3e^{2x}} dx.$$

$$40. \int tg x dx.$$

$$42. \int \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} dx.$$

$$44. \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

$$46. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}.$$

$$48. \int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}.$$

$$50. \int (\ln x)^2 dx.$$

51.  $\int \ln(x^2 + 1) dx.$

53.  $\int xe^{2x} dx.$

55.  $\int e^x \sin x dx.$

57.  $\int (1 + 2 \cos x)^3 dx.$

59.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$

61.  $\int \frac{dx}{\cos x}.$

63.  $\int \frac{dx}{\cos^3 x}.$

65.  $\int \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} dx.$

67.  $\int (1 - \sin 2x)^2 dx.$

69.  $\int \cos^4 x dx.$

71.  $\int \frac{dx}{3 + \cos x}.$

73.  $\int \frac{2x + 7}{x^2 + x - 2} dx.$

75.  $\int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x + 4}{1 + x^3} dx.$

77.  $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx.$

79.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}.$

81.  $\int x\sqrt{5 - x} dx.$

83.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x - x^2}}.$

85.  $\int \frac{x + 1}{x\sqrt{x - 2}} dx.$

87.  $\int \sqrt{16 - x^2} dx.$

89.  $\int \sqrt{4x + x^2} dx.$

52.  $\int \sqrt{x} \ln x dx.$

54.  $\int x^2 e^{\frac{-x}{2}} dx.$

56.  $\int \frac{\ln x dx}{x^2}.$

58.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx.$

60.  $\int \frac{dx}{\sin x}.$

62.  $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx.$

64.  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx.$

66.  $\int \sin^2 3x dx.$

68.  $\int (1 + 2 \cos x)^2 dx.$

70.  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx.$

72.  $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}.$

74.  $\int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx.$

76.  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx.$

78.  $\int \frac{-2x^4 + 4x^2 - 1}{1 - x^2} dx$

80.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}.$

82.  $\int \frac{x - 1}{\sqrt{2x - 1}} dx.$

84.  $\int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 2}}.$

86.  $\int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 - 2x}}.$

88.  $\int \sqrt{3 + 2x - x^2} dx.$

90.  $\int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx.$

$$91. \int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx.$$

$$92. \int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx.$$

**Вычислить определенные интегралы:**

$$1. \int_0^2 (3x^2 - 1) dx.$$

$$2. \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx.$$

$$3. \int_0^1 \sqrt{1-x} dx.$$

$$4. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(8+3x)^3}.$$

$$5. \int_3^5 x\sqrt{x^2-9} dx.$$

$$6. \int_1^2 (x^2 - 2x + 2) dx.$$

$$7. \int_0^{\pi/4} \sin 4x dx.$$

$$8. \int_0^{2\pi} \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)}.$$

$$10. \int_1^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$$

**Вычислить интегралы или установить их расходимость:**

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^5}.$$

$$2. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$$

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}.$$

$$4. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx.$$

$$5. \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + 1} dx.$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

$$7. \int_{-\infty}^0 x e^x dx.$$

$$8. \int_0^{+\infty} x \sin x dx.$$

$$9. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

$$10. \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^3}.$$

**Найти частные производные от функций:**

$$1. z = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

$$2. z = \ln(x^2 + y^2).$$

$$3. z = \frac{y}{x}.$$

$$4. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$5. z = \frac{xy}{x-y}.$$

$$6. z = \ln \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \right).$$

$$7. z = \sin(x+y).$$

$$8. z = x^2 y.$$

**Найти полные дифференциалы функций:**

$$1. z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$$

$$2. s = x \cdot \ln t.$$

$$3. u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$4. z = x^2 y.$$

5.  $z = xy$ .

6.  $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ .

**Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения**

$$x(y-1)dx - (x+1)ydy = 0$$

$$y' - xy = x$$

$$y'' - y' - 2y = 0$$

**Найти частное решение, удовлетворяющее данным начальным условиям**

$$y' - y = xy^2, \quad y(0) = 0$$

$$y'' + 4y = \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

**Решить систему дифференциальных уравнений**

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x - y \end{cases}$$

### 3 семестр

1. Вычислить выражение  $X = ((A - B) * C)^T * D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = (3 \quad 5 \quad 1)$$

2. Вычислите выражение  $X = (AB - 3C^T)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = (7 \quad 2 \quad 4) \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите выражение  $X = (ABC + 2D)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \quad 5 \quad 1) \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите выражение  $X = (AB)^T + (CD)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad D = (2 \quad -1 \quad 3)$$

5. Вычислите выражение  $X = AB - BC + 5C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ? \quad 2. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad \det A = ? \quad 4. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$$

Найдите обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 4 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

Решить матричное уравнение: а)  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ;

$$б) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдите общее и базисное решения системы уравнений:

$$а) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}.$$

Исследовать однородную систему на наличие у нее нетривиального решения:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

Решить методом обратной матрицы систему уравнений, предварительно вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - x_3 = -8 \\ 6x_1 + 8x_2 + 6x_3 = -5; \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_2 + 4x_3 = -5 \quad ; \\ x_1 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5. \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \quad ; \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \quad ; \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \quad . \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$$

1. Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?
2. На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
3. На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
4. Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
5. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
6. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
7. Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.

8. Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
9. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?
10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.
14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупок; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.
19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.
21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.



27. Отдел контроля поверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.

28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число  $\varepsilon$ , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила  $\varepsilon$ .

29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.

30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.

34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

$x_i$	1	4	6	8
$p_i$	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины  $X$  и построить ее график.

35. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0; 2).

### Критерии оценки решения практических задач

Оценка	Критерии
«неудовлетворительно»	Задача не решена или решена неправильно
«удовлетворительно»	Задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде
«хорошо»	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных

	ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ
«отлично»	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом

### 19.3.3 Тестовые задания:

1. Если в матрице все элементы главной диагонали равны единице, а все остальные элементы — нулевые, то такая матрица называется....

- единичной;
- нулевой;
- обратной.

2. Если в матрице число строк равно числу ее столбцов, то такая матрица называется:

- единичной;
- нулевой;
- обратной;
- квадратной.

3. Если существуют произведения  $AB$  и  $BA$ , причем  $AB = BA$ , то матрицы  $A$  и  $B$  называют:

- перестановочными;
- равными;
- обратными.

4. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$  равен...

- 1;
- 0;
- 4;
- 5.

5. Определитель произведения двух квадратных матриц одного порядка равен:

- произведению определителей этих матриц;
- сумме определителей;
- удвоенному произведению определителей этих матриц.

6. При транспонировании матрицы ее определитель

- не меняется;
- меняет знак на противоположный;
- уменьшается;
- увеличивается.

7. Если в какой-нибудь строке матрицы прибавить другую ее строку, умноженную на число, то определитель этой матрицы...

- не меняется;

- меняет знак на противоположный;
- уменьшается;
- увеличивается.

8. Размер матрицы  $C = A_{12} \cdot B_{23}$  равен:

- $C_{13}$ ;
- $C_{23}$ ;
- $C_{31}$ .

9. Как изменится определитель если из его первой строки вычесть третью умноженную на три?

- изменит свой знак;
- не изменится;
- увеличится в 3 раза;
- станет равным нулю.

10. Решением уравнения  $XA = B$ , где  $A, B$  – квадратные матрицы одного и того же порядка, причем  $A$  – невырожденная матрица, является матрица  $X$ :

- $X=BA^{-1}$ ;
- $X=A^{-1}B$ ;
- $X=B/A$ ;
- $X=A \cdot B$ .

11. Верно ли утверждение: однородная система линейных уравнений является несовместной?

- да;
- нет;
- не всегда.

12. Если определитель системы линейных уравнений не равен нулю, то система...

- имеет бесконечное множество решений;
- не имеет решения;
- имеет единственное решение;
- имеет два решения.

13. Система линейных алгебраических уравнений имеет единственное решение, если...

- определитель системы и все вспомогательные определители равны нулю;
- определитель системы равен нулю, а хотя бы один из вспомогательных определителей не равен нулю;
- определитель системы не равен нулю;
- определитель системы не существует.

14. Система линейных алгебраических уравнений имеет бесконечное множество решений, если...

- определитель системы и все вспомогательные определители равны нулю;
- определитель системы равен нулю, а хотя бы один из вспомогательных определителей не равен нулю;
- определитель системы не равен нулю;
- определитель системы равен единице.

15. Матрицей системы линейных алгебраических уравнений называется матрица...

- составленная для неизвестных;

- составленная из свободных членов;
- составленная из коэффициентов при неизвестных;
- составленная из коэффициентов при неизвестных плюс столбец свободных членов.

16. Число 2,1 принадлежит множеству...

- $B = \{b \mid b \in \mathbb{Z}, -2 \leq b < 3\}$ ;
- $A = \{a \mid a \in \mathbb{N}, 1 \leq a < 10\}$ ;
- $C = \{c \mid c \in \mathbb{R}, -3 < c \leq 2,6\}$ ;
- $D = \{d \mid d \in \mathbb{Q}, d < 2\}$ .

17. Производная  $\frac{dy}{dx}$  из уравнения  $x^2 + y^2 - 4x + 6y$  равна...

- $(x-2)/(y+1)$ ;
- $(2-x)/(y+3)$ ;
- $4xy$ ;
- $5x-y$ .

18. Функция  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  на интервале  $(-1, 1)$ :

- имеет максимум;
- имеет минимум;
- не дифференцируема.

19. Дифференциальное уравнение  $(1+t)\operatorname{tg}x \, dt - x \, dx = 0$  является:

- уравнением с разделяющимися переменными;
- однородным уравнением.

20. Стационарными точками функции  $f(x, y) = x^3 + \ln^3 y - 3x \ln y$  являются:

- $(0;1), (1;e)$ ;
- $(0;0), (-1;e)$ ;
- $(-1;1), (1;e)$ .

21. Несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{5dx}{x}$  равен:

- бесконечности;
- нулю;
- -1.

23. Суть классического определения вероятности случайного события (указать).

- отношение числа благоприятных исходов к числу всех равновозможных исходов, составляющих полную группу событий;
- отношение числа успехов к числу испытаний;
- относительное число успехов в эксперименте;
- степень уверенности в благоприятном исходе.

24. Полная группа событий (указать)

- это объединение несовместных и независимых событий;
- это объединение попарно несовместных событий;
- события, объединение которых есть достоверное событие;
- события образуют полную группу, если они попарно несовместны, а их объединение есть достоверное событие.

25. Задана плотность распределения случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & x \in [-1, +1] \\ 0, & x \notin [-1, +1] \end{cases}$$

Тогда вероятность попадания случайной величины в интервал  $[-0,5; +0,5]$  равна  
 а) 0,5; б) 1,0; в) 0,75; г) 0,8.

26. Генеральная совокупность – это (указать):

- совокупность анализируемых объектов;
- все множество однородных объектов, подлежащих статистическому изучению на основе случайного эксперимента;
- множество наблюдений за объектом;
- совокупность совместно изучаемых разнообразных объектов.

### Критерии оценки тестов

Ступени уровней освоения компетенций	Отличительные признаки	Показатель оценки сформированной компетенции
Пороговый	Обучающийся воспроизводит термины, основные понятия, способен узнавать языковые явления.	Не менее 55 % баллов за задания теста.
Продвинутый	Обучающийся выявляет взаимосвязи, классифицирует, упорядочивает, интерпретирует, применяет на практике пройденный материал.	Не менее 75 % баллов за задания теста.
Высокий	Обучающийся анализирует, оценивает, прогнозирует, конструирует.	Не менее 90 % баллов за задания теста.
Компетенция не сформирована		Менее 55 % баллов за задания теста.

### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ:

#### Пример практического задания (текущая аттестация 1 семестр)

#### Контрольная работа 1

Найти пределы функций:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 3x^2 - 3x^3}{2x^3 + 4x^2 + 5x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x} \sin x - \cos x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{x}$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{ctg} \pi x$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{\sqrt{3n^4 + n^3}}$$

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из шести задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

### Контрольная работа 2

1. Найти производную функции  $y = 2^{\cos^3(4x)}$

2. Исследовать функцию и построить графики.

$$1) y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

$$2) y = x + 2\sqrt{-x}$$

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из двух заданий. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка в задании 2.
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании исследованы и построены графики обеих функций, оно допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании верно исследован и построен график только одной функции,
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнено первое задание, или если нет верного исследования и не построены графики ни одной из предложенных функций.

### Пример практического задания (текущая аттестация 2 семестр)

#### Контрольная работа 1

Найти интегралы

$$1) \int \frac{xdx}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$2) \int x^2 e^{2x} dx$$

$$3) \int \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1} dx$$

$$4) \int \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x}$$

5)  $\int \frac{5x - 14}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx$

6)  $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$

7)  $\int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$

8)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей восьми заданий. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены семь из предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из восьми предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше четырех задач или в целом все задачи решены неверно.

## Контрольная работа 2

1. Найти дифференциал функции  $u = x^y + 2^{xy} + \cos^2(x^3 z)$ .

2. Найти дифференциал второго порядка  $u = x^3 y^2 + \sin x + 5 \cos y$ .

3. Найти дифференциал первого порядка функции  $f(x, y, z) = z - xy + \frac{y}{zx}$  в точке  $M(1, 0, 1)$ .

4. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  для функции  $z = \sqrt{2xy + x^2}$ , где  $x = 2^{u^2} + \cos v$ ,  $y = ctgu + 2^v$ .

5. Найти экстремум функции  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ .

6. Найти экстремум функции  $z = x + y$  при условии  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$ .

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из шести задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

**Пример практического задания  
(текущая аттестация 3 семестр)**

## Контрольная работа 1

1. Вычислить выражение:  $X = B \cdot C^T \cdot D - A^2$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = (-3 \ 2 \ 4), C = (3 \ 2 \ -5), D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Вычислить определитель:  $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & 13 \\ 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 10 \end{vmatrix}$ .

2. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}.$$

4. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из пяти задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из пяти предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две с половиной из пяти предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух с половиной задач или в целом все задачи решены неверно.

## Контрольная работа 2



1. 20 человек рассаживаются на 5 скамейках по 4 человека на каждой. Найти вероятность того, что два данных лица окажутся сидящими рядом.
2. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что хотя бы два экзамена будут сданы.
3. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух – 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.
4. Вероятность пройти через заболоченный участок, не промочив ноги, равна 0,6. Какова вероятность того, что из 220 человек не промочат ноги от 120 до 133 человек. (Предполагается, что прохожие не используют опыт друг друга).

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из четырех задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены три из четырех предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две из четырех предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух задач или в целом все задачи решены неверно.

## 19.3.5 Примеры КИМ

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (зачет, 1 семестр)**

### Контрольно-измерительный материал №1

1. Найти а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x^2 - x} - \frac{1}{x^2 - x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}$
2. Найти производную функции  $y = \frac{1}{\sqrt[4]{\operatorname{ctg}(\ln(3x^2 + 8x - 5))}}$

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (зачет, 2 семестр)**

### Контрольно-измерительный материал №1

1. Вычислите интеграл:  $\int x e^{2x} dx$ .
2. Найдите экстремум функции:  $z = x^2 + 2y^2$  при условии  $3x + 2y = 11$ .

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (экзамен, 3 семестр)**

### Контрольно-измерительный материал №1

*Теоретическая часть*

- Система уравнений называется совместной, если она:
  - имеет хотя бы одно решение;
  - не имеет решений;
  - содержит, по крайней мере, два одинаковых уравнения.
- Какая квадратная матрица называется симметричной?

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Результатом умножения вектора  $\mathbf{b}$  на вектор  $\mathbf{a} = (1 \ 2 \ 3)$  является... Ответ обосновать.

- Локальная формула Муавра-Лапласа используется в случае, когда
  - 1)  $n$  велико,  $np > 10$ ;
  - 2)  $n$  велико,  $np < 10$ ;
  - 3)  $n$  любое,  $np > 10$ ;
  - 4) недостаточно данных для точного ответа.

5. Испытанием называется...

6. Пусть событие  $A$  может наступить только с одним из полной группы событий  $H_1, H_2, \dots, H_n$ . Тогда вероятность наступления события  $A$  равна:

$$1) P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_A(H_i); \quad 2) P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A),$$

$$3) P(A) = P(H_i)P_{H_i}(A), \quad 4) P(A) = \frac{P(H_2)P_A(H_2)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_A(H_i)}.$$

#### Задачи

1. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ . Ответ обосновать решением.

2. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $A^3$ . Ответ обосновать решением.

3. Если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , то матрица  $C = 4B - 5A$  имеет вид:

$$1) \begin{pmatrix} -33 & 9 \\ 7 & -30 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 22 & -9 \\ -11 & 33 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}.$$

Ответ обосновать.

4. Из партии, в которой 31 деталь без дефектов и 6 с дефектами, берут наудачу 3 детали. Чему равна вероятность того, что все 3 детали без дефектов?

- 1) 1/12
- 2) 5/36
- 3) 230/2697
- 4) 899/1554

Ответ обосновать.

5. Банк L своевременно выплачивает проценты по вкладу с вероятностью 0,9, банк M – с вероятностью 0,6, а банк N – с вероятностью 0,8. Вкладчик в каждом из вышеназванных банков сделал по вкладу. Найти вероятность своевременной выплаты процентов по вкладу хотя бы одним банком. Ответ обосновать решение.

6. Фирмой послана автомашина за различными материалами на три базы. Вероятности наличия нужного материала на первой базе равна 0,9; на второй – 0,8; на третьей – 0,7. Вероятность того, что только на одной базе не окажется нужного материала равна:

- 1) 0,398
- 2) 0,504
- 3) 0,054
- 4) 0,014
- 6) 0,994

Ответ обосновать.

## Контрольно-измерительный материал №2

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений: случай единственного решения.
2. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

*Задачи:*

1. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

3. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме: контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Промежуточная аттестация с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, зачета, экзамена.

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых

технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные или качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.